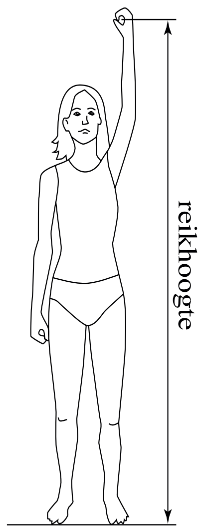
Antropometrie

Een ontwerp moet niet alleen mooi, maar ook functioneel zijn. Bij veel ontwerpen wordt daarom rekening gehouden met de maten van het menselijk lichaam. Ontwerpers maken daarom vaak gebruik van **antropometrietabellen**. Dit zijn tabellen waarin het gemiddelde en de standaardafwijking van allerlei afmetingen van het menselijk lichaam staan. Al deze lichaamsmaten zijn (bij benadering) normaal verdeeld.

figuur 1



Om te zorgen dat een kamer als comfortabel ervaren wordt, moet de hoogte ervan minimaal gelijk zijn aan de reikhoogte (zie figuur 1). Bij de bouw van een nieuwe studentenflat wil men dat de kamers door minstens 98% van de studenten als comfortabel ervaren worden. De reikhoogte van Nederlandse studenten is gemiddeld 2114 mm met een standaardafwijking van 117 mm.

3p **9** Bereken hoe hoog men de kamers minimaal moet maken.

Ook bij het inrichten van een optimale werkplek houdt men rekening met lichaamsmaten. Een bureaustoel heeft precies de goede zithoogte als de zithoogte gelijk is aan de knieholtehoogte van een persoon plus 30 mm voor de schoenzool.
Van een bureaustoel is de zithoogte verstelbaar van 436 tot 516 mm. De knieholtehoogte is gemiddeld 464 mm met een standaardafwijking van 40 mm.

4p **10** Bereken voor hoeveel procent van de mensen deze stoel op precies de goede zithoogte ingesteld kan worden.

Bij bovenstaande vragen is geen onderscheid gemaakt tussen mannen en vrouwen. In werkelijkheid staan in antropometrietabellen de lichaamsmaten voor mannen en vrouwen apart vermeld. Zie bijvoorbeeld de gegevens voor lichaamslengte in mm in tabel 1.

tabel 1

	man gemiddeld	**man standaard-afwijking**	**vrouw gemiddeld**	**vrouw standaard-afwijking**
lichaamslengte in mm	1817	83	1668	67

Vaak maakt men voor een gemengde groep toch gebruik van één normale verdeling. Dit is dan een vrij ruwe benadering. Het gemiddelde en de standaardafwijking van deze normale verdeling berekent men met behulp van de volgende formules:

$$\overline{x}_g = a_m \cdot \overline{x}_m + a_v \cdot \overline{x}_v$$

$$s_g{}^2 = a_m \cdot s_m{}^2 + a_v \cdot s_v{}^2 + a_m \cdot a_v \cdot (\overline{x}_m - \overline{x}_v)^2$$

Hierin is:
- $\overline{x}_g$ het gemiddelde van de gemengde groep;
- $\overline{x}_m$ en $\overline{x}_v$ het gemiddelde van de mannen respectievelijk vrouwen;
- s_g de standaardafwijking van de gemengde groep;
- s_m en s_v de standaardafwijking van de mannen respectievelijk vrouwen;
- a_m het aandeel mannen in de groep en a_v het aandeel vrouwen. Er geldt dus altijd $a_m + a_v = 1$.

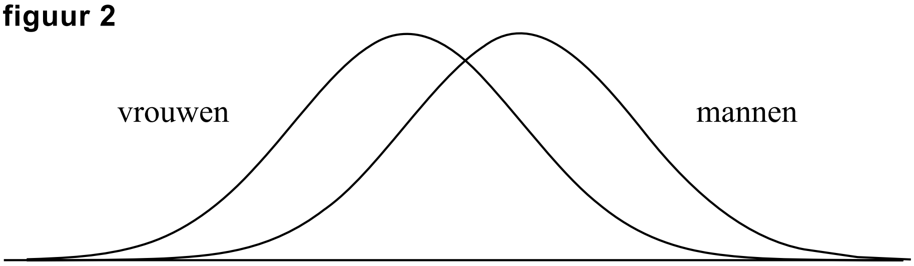
Een groep bestaat uit 40% mannen en 60% vrouwen, dus $a_m = 0{,}40$ en $a_v = 0{,}60$. Men kan op twee manieren berekenen hoeveel procent van deze groep langer is dan 185 cm:
- met behulp van één normale verdeling voor de gemengde groep en de hierboven gegeven formules voor het gemiddelde en de standaardafwijking;
- zonder gebruik te maken van deze formules, met behulp van de aparte gegevens voor mannen en vrouwen.

De uitkomsten van beide berekeningswijzen zullen in het algemeen verschillen.

7p **11** Bereken op beide manieren hoeveel procent van deze groep langer is dan 185 cm.

Voor sommige lichaamsafmetingen geldt dat het gemiddelde voor mannen en vrouwen verschillend is, maar de standaardafwijking gelijk. We noemen deze standaardafwijking s. Er geldt dus: $s_m = s_v = s$.
In figuur 2 hieronder zie je een schets van de verdelingskrommen die bij zo'n situatie horen. De gemengde groep (mannen en vrouwen samen) heeft een grotere spreiding dan elke groep afzonderlijk. Als je in figuur 2 de grafiek voor de gemengde groep zou tekenen, zou deze breder zijn dan de grafieken voor mannen en vrouwen afzonderlijk.

figuur 2



Om de standaardafwijking voor deze gemengde groep te berekenen, kan de formule voor $s_g^{\,2}$ geschreven worden als $s_g^{\,2} = a_m \cdot s^2 + a_v \cdot s^2 + a_m \cdot a_v \cdot (\overline{x}_m - \overline{x}_v)^2$.
In situaties waarin de standaardafwijking en het gemiddelde voor mannen en vrouwen gelijk zijn, kan deze formule geschreven worden als $s_g^{\,2} = s^2$.

3p **12** Toon aan dat dit laatste inderdaad het geval is.